

# 代数学 I レポート課題 (締切：11月29日授業開始前)

担当：大矢 浩徳 (OYA Hironori)\*

- 本課題を提出し、レポートが十分な内容と判断されれば、中間試験の点数に 10 点を加点する。
- 本問は中間試験の問題 4 の類題である (数字は変わっていることに注意) が、全ての問題で答えに至った経緯を説明する必要がある。答えのみの解答はたとえそれが正しくとも十分な内容とは判断されない。Scomb あるいは私 (大矢浩徳) の個人ウェブページに置かれている“中間テスト問題 4 解答例”が参考になると思われる。
- 11 月 29 日より前に提出したい場合は、5 号館 2 階の数理科学科のレポート box を用いること。11 月 29 日の授業が始まった後は受け取らない。
- レポートの形式は特に問わないが、氏名と学籍番号を記述した表紙を付けること。

問題.  $n$  次 2 面体群を

$$D_n = \{e, \sigma, \sigma^2, \dots, \sigma^{n-1}, \tau, \sigma\tau, \sigma^2\tau, \dots, \sigma^{n-1}\tau\}$$

と書く。ここで、 $\sigma$  は正  $n$  角形の中心に関する反時計回り  $2\pi/n$  回転、 $\tau$  は正  $n$  角形のある固定した対称軸に関する折り返し変換を表す。以下の問に答えよ。ただし、全ての問題で答えに至った経緯を説明せよ。((1) については計算過程を残せばよい。)

- (1)  $n$  を 3 以上の整数、 $k, \ell \in \{0, 1, \dots, n-1\}$  とする。このとき、以下の  $D_n$  の元 (a)、(b)、(c)、(d) を再び  $\sigma^{m'}$ 、あるいは  $\sigma^{m'}\tau$  ( $m' \in \mathbb{Z}$ ) の形で表せ。

$$(a) \sigma^k(\sigma^\ell)(\sigma^k)^{-1} \quad (b) \sigma^k(\sigma^\ell\tau)(\sigma^k)^{-1} \quad (c) (\sigma^k\tau)(\sigma^\ell)(\sigma^k\tau)^{-1} \quad (d) (\sigma^k\tau)(\sigma^\ell\tau)(\sigma^k\tau)^{-1}.$$

ここで、 $\sigma^n = e$ 、 $\tau^2 = e$ 、 $\sigma\tau = \tau\sigma^{-1}$  であったことに注意する。

- (2)  $D_4$  の各元の位数を求めよ。  
(3)  $D_6$  の中心  $Z(D_6)$  を求めよ。  
(4)  $D_7$  の部分群を全て求めよ。

---

\* Department of Mathematical Sciences, Shibaura Institute of Technology, 307 Fukasaku, Minuma-ku, Saitama-shi, Saitama, 337-8570, JAPAN e-mail: [hoya@shibaura-it.ac.jp](mailto:hoya@shibaura-it.ac.jp)