

# 代数学 I 第 9 回レポート課題 (提出期限 : 6 月 27 日 13:00\*)

担当 : 大矢 浩徳 (OYA Hironori)

学籍番号:

氏名:

問題 1. 群  $G$  に対し,

$$\text{Aut}(G) := \{f: G \rightarrow G \mid f \text{ は群同型写像}\}$$

とすると  $\text{Aut}(G)$  は写像の合成に関して群をなす. (このことは証明しなくてよい.) ただし, 単位元は  $\text{id}_G$ ,  $f \in \text{Aut}(G)$  の逆元は逆写像  $f^{-1}$  である. さらに, 各  $a \in G$  に対し,  $\sigma_a: G \rightarrow G, g \mapsto aga^{-1}$  は群同型写像なので (このことも証明しなくて良い. 第 8 回レポート課題参照.),

$$I(G) := \{\sigma_a \mid a \in G\} \subset \text{Aut}(G)$$

である. このとき, 以下の問に答えよ.

- (1)  $I(G)$  が  $\text{Aut}(G)$  の正規部分群であることを証明せよ.
- (2)  $\varphi: G \rightarrow I(G), a \mapsto \sigma_a$  が群準同型写像であることを証明せよ.

問題 2.  $G$  を位数 24 の群とする. 全射群準同型  $f: G \rightarrow \{1, -1\}$  が存在するとき,  $\text{Ker } f$  の位数を求めよ. (ただし,  $\{1, -1\}$  は  $\mathbb{R}^\times$  の位数 2 の部分群である.)

(裏もあります)

問題 3. 今回の講義で重要だったあるいは気に入ったキーワード・定理を挙げよ. (白紙にはしないこと.)

(以下質問欄. 質問・要望等あればお願いします.)