

代数学 I 第 11 回レポート課題 (提出期限 : 7 月 11 日 13:00*)

担当 : 大矢 浩徳 (OYA Hironori)

学籍番号:

氏名:

問題 1. S_4 を 4 次対称群とする. S_4 の各元 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ i_1 & i_2 & i_3 & i_4 \end{pmatrix}$ は 1 対 1 写像 $\sigma: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}, k \mapsto i_k =: \sigma(k)$ と考えられたため, $X := \{\{i, j, k\} \mid i, j, k \in \{1, 2, 3, 4\}\}$ としたとき,

$$S_4 \times X \rightarrow X, (\sigma, \{i, j, k\}) \mapsto \sigma.\{i, j, k\} := \{\sigma(i), \sigma(j), \sigma(k)\}$$

は X 上の S_4 の作用を定める. ここで, $\{i, j, k\}$ は i, j, k の 3 元からなる集合の意味であり, 特に $\{i, j, k\} = \{j, i, k\} = \{k, j, i\} = \dots$ であることに注意する. また, $\{i, j, k\} \in X$ は i, j, k の間の任意の重複を許す. このとき, 以下の問に答えよ:

- (1) X の元の個数を求めよ.
- (2) S_4 の $\{1, 2, 3\} \in X$ における固定部分群 $(S_4)_{\{1, 2, 3\}}$ の位数, および軌道 $S_4.\{1, 2, 3\}$ に含まれる元の個数を求めよ.
- (3) S_4 の $\{3, 3, 4\} \in X$ における固定部分群 $(S_4)_{\{3, 3, 4\}}$ の位数, および軌道 $S_4.\{3, 3, 4\}$ に含まれる元の個数を求めよ.
- (4) X における S_4 -軌道の個数を求めよ.

(裏もあります)

問題 2. 今回の講義で重要だったあるいは気に入ったキーワード・定理を挙げよ. (白紙にはしないこと.)

(以下質問欄. 質問・要望等あればお願いします.)