代数学 I 第 5 回本レポート課題
(提出期限：5 月 15 日 (土) 18:00*)

担当：大矢 浩徳 (OYA Hironori)

学籍番号:　　　　　　　　　　　　氏名:

問題 1. 3 次対称群 $\mathfrak{S}_3$ の部分群を全て求めよ (<u>答えのみで良い</u>)．ただし，答えの見やすさのために，$\mathfrak{S}_3$ の 6 つの元にそれぞれ

$$e \coloneqq \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \sigma_1 \coloneqq \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \sigma_2 \coloneqq \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_3 \coloneqq \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \sigma_4 \coloneqq \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \sigma_5 \coloneqq \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

という名前を付け，『$\{e, \sigma_1\}$, $\{e, \sigma_1, \sigma_2\}$, $\ldots$』というような形で解答せよ．
(ちなみにここに例で $\{e, \sigma_1\}$, $\{e, \sigma_1, \sigma_2\}$ と書いたが，これらが答えの一部であると言っているわけではない．これらが部分群であるかどうかは各自考えよ．)

(裏に問題 2 があります)

* 提出場所：Google classroom の『授業』内にある『本レポート課題』の『第 5 回本レポート課題』に PDF 形式でアップロード

問題 2. 以下の (1), (2) の主張をそれぞれ証明せよ．

(1) n を 2 以上の自然数とする．任意の巡回置換 $(i_1\ i_2\ \cdots\ i_k) \in \mathfrak{S}_n$ と $\sigma \in \mathfrak{S}_n$ に対し，

$$\sigma(i_1\ i_2\ \cdots\ i_k)\sigma^{-1} = (\sigma(i_1)\ \sigma(i_2)\ \cdots\ \sigma(i_k))$$

となる．

(2) $\mathfrak{S}_4$ において，

$$\sigma(1\ 2\ 3\ 4) = (1\ 2)(3\ 4)\sigma$$

を満たす $\sigma \in \mathfrak{S}_4$ は存在しない．(Hint : (1) で示した事実を用いて良い．)

(以下質問・感想欄．質問・要望・感想等あればお願いします．ここは白紙でも減点されません．)

(以上です．)