# 線形代数 II 第 7 回レポート課題 (提出期限：11 月 28 日 17:00*)

担当：大矢 浩徳 (OYA Hironori)

学籍番号:　　　　　　　　　　　　氏名:

**問題 1.**　$V$ と $W$ を $\mathbb{K}$ 上のベクトル空間とする ($\mathbb{K}=\mathbb{R}$ or $\mathbb{C}$)．このとき，以下の問に答えよ．なお，証明問題においてはベクトル空間どの性質を用いたかを逐一記述し，厳密に解答を記述することが望ましい．

(1) 任意の 2 つの線形写像 $f\colon V\to W$，$g\colon V\to W$ に対し，写像 $h\colon V\to W,\ \boldsymbol{v}\mapsto f(\boldsymbol{v})+g(\boldsymbol{v})$ も線形写像となることを証明せよ． なお，この写像 $h$ は $f+g$ と書かれる．

(2) 任意の $c\in\mathbb{K}$ と線形写像 $f\colon V\to W$ に対し，写像 $h'\colon V\to W, \boldsymbol{v}\mapsto cf(\boldsymbol{v})$ も線形写像となることを証明せよ．なお，この写像 $h'$ は $cf$ と書かれる．

(3) $V$ から $W$ への線形写像全体のなす集合を $\mathrm{Hom}_{\mathbb{K}}(V,W)$ と書く．このとき，線形写像の和とスカラー倍をそれぞれ上の (1)，(2) で定義することにより，$\mathrm{Hom}_{\mathbb{K}}(V,W)$ は $\mathbb{K}$ 上のベクトル空間となる．(このことは証明しなくて良い．) このとき，$\mathrm{Hom}_{\mathbb{K}}(V,W)$ の零ベクトル $\mathbf{0}$，および，各元 $f\in\mathrm{Hom}_{\mathbb{K}}(V,W)$ の逆元 $-f$ はそれぞれどのような線形写像 $V\to W$ となるか記述せよ．

(裏もあります)

* 提出場所：5 号館 2 階，数理科学科レポート BOX

**問題 2.** $\mathbb{C}$ 係数 1 変数多項式全体の集合を $\mathbb{C}[x]$ と書く．つまり，

$$\mathbb{C}[x] := \{a_0 + a_1 x + \cdots a_n x^n \mid n \in \mathbb{Z}_{\geq 0},\ a_i \in \mathbb{C}\ (i = 1, \ldots, n)\}$$

とする．ここで，$\mathbb{C}[x]$ を通常の多項式の和とスカラー倍により，$\mathbb{C}$ 上のベクトル空間とみなす．このとき，$\mathbb{C}[x]$ の以下の部分集合がそれぞれ $\mathbb{C}[x]$ の部分空間であるかどうかを判定し，その理由を述べよ．

(1) $V_1 := \{a + bx \mid a, b \in \mathbb{C}\}$.

(2) $V_2 := \{a + bx + cx^2 \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$.

(3) $V_3 := \{f(x) \in \mathbb{C}[x] \mid x^2 f''(x) = 6f(x)\}$.

(4) $V_4 := \{f(x) \in \mathbb{C}[x] \mid f(0)f(1) = 0\}$.

**問題 3.** 今回の講義で重要だったあるいは気に入ったキーワード・定理を挙げよ. (白紙にはしないこと. )

(以下質問・感想欄. 質問・要望・感想等あればお願いします. )