線形代数 II 第 5 回本レポート課題
(提出期限：10 月 30 日 (金) 17:00*)

担当：大矢 浩徳 (OYA Hironori)

学籍番号:　　　　　　　　　　　　　氏名:

問題 1. $\mathbb{R}^3$ の 3 つの元の組

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right\}$$

が正規直交基底となるような $x, y, z \in \mathbb{R}$ を 1 つ求めよ．ただし，計算過程も記述すること．

(次のページに問題 2 があります．)

* 提出場所：Google classroom の『授業』内にある『本レポート課題』の『第 5 回本レポート課題』に PDF 形式でアップロード

問題 2. $\mathbb{C}^n$ のエルミート内積に関する以下の問に答えよ．

(1) 任意の n 次正方行列 A と $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \mathbb{C}^n$ に対し，

$$(A\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} \cdot (A^* \boldsymbol{y})$$

が成り立つことを証明せよ．ただし，$A^* := {}^t\overline{A}$ (A を転置し，各成分の複素共役をとったもの) である．(ヒント：$\boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y} = {}^t\overline{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{y}$ であることに注意する．ただし，右辺は $1 \times n$ 行列 ${}^t\overline{\boldsymbol{x}}$ と $n \times 1$ 行列 $\boldsymbol{y}$ の積で，1×1 行列を複素数と同一視した．)

(2) A の固有値 λ_1 の固有ベクトル $\boldsymbol{v}_1$ と A^* の固有値 λ_2 の固有ベクトル $\boldsymbol{v}_2$ で $\overline{\lambda_1} \neq \lambda_2$ となるものが存在したとき，$\boldsymbol{v}_1$ と $\boldsymbol{v}_2$ は直交することを証明せよ．(ヒント：(1) を用いる．)

(以下質問・感想欄．質問・要望・感想等あればお願いします．ここは白紙でも減点されません．)

(以上です．)