

線形代数 II 第 9 回本レポート課題

(提出期限：12月4日(金) 17:00*)

担当：大矢 浩徳 (OYA Hironori)

学籍番号:

氏名:

問題 1. \mathbb{R} の元を成分とする n 次正方行列全体のなす集合を $\text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R})$ とし, $\text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R})$ を通常の行列の和とスカラー倍によって, \mathbb{R} 上のベクトル空間とみなす (第 9 回講義資料例 3 参照). このとき, $\text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R})$ の以下の部分集合がそれぞれ $\text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R})$ の部分空間であるかどうかを判定し, その理由を述べよ. (難しい場合には $n = 3$ として解答しても良い. ただし, その場合 -2 点とする.)

(1) $W_1 := \{A \in \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R}) \mid \text{Tr}(A) = 0\}$.

(2) $W_2 := \{A \in \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R}) \mid \text{Tr}(A) \geq 0\}$.

(3) $W_3 := \{A \in \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R}) \mid \det(A) = 0\}$.

ただし, $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ に対し,

$$\text{Tr}(A) := a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn} = \sum_{i=1}^n a_{ii} \text{ (対角成分の和)}$$

である (第 3 回講義資料 p.5 注意 1).

(次のページに問題 2 があります.)

問題 2. \mathbb{C} の元を係数とする 1 変数多項式全体のなす集合を $\mathbb{C}[x]$ とし, $\mathbb{C}[x]$ を通常が多項式の和とスカラー倍により, \mathbb{C} 上のベクトル空間とみなす (第 9 回講義資料例 2 参照). このとき, $\mathbb{C}[x]$ の以下の部分集合がそれぞれ $\mathbb{C}[x]$ の部分空間であるかどうかを判定し, その理由を述べよ.

- (1) $W_1 := \{f(x) \in \mathbb{C}[x] \mid f(0) = 0 \text{ かつ } f(2) = 0\}$.
- (2) $W_2 := \{f(x) \in \mathbb{C}[x] \mid f(0) = 0 \text{ または } f(2) = 0\}$.

(以下質問・感想欄. 質問・要望・感想等あればお願いします. ここは白紙でも減点されません.)

(以上です.)