

# 線形代数 II 第 13 回本レポート課題 (提出期限：1 月 15 日 (金) 17:00\*)

担当：大矢 浩徳 (OYA Hironori)

学籍番号:

氏名:

## 問題 1.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

とし、 $\mathbb{R}$  上のベクトル空間の間の線形写像

$$f_A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4, \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}, \quad f_B: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2, \mathbf{x} \mapsto B\mathbf{x}$$

を考える。このとき、以下の問に答えよ。

- (1)  $f_A$  の核  $\text{Ker } f_A$  の基底を 1 つ求めよ。
- (2)  $f_A$  の像  $\text{Im } f_A$  の基底を 1 つ求めよ。
- (3)  $f_A$  の像と  $f_B$  の核の共通部分  $\text{Im } f_A \cap \text{Ker } f_B$  の基底を 1 つ求めよ。  
(Hint : (2) で求めた  $\text{Im } f_A$  の基底を用いる. )

(次のページに問題 2 があります. )

問題 2. 2次以下の  $\mathbb{C}$  係数 1 変数多項式全体のなす  $\mathbb{C}[x]$  の部分空間を  $\mathbb{C}[x]_{\leq 2}$  と書く. つまり,

$$\mathbb{C}[x]_{\leq 2} := \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in \mathbb{C}\}$$

とする. 線形写像

$$F: \mathbb{C}[x]_{\leq 2} \rightarrow \mathbb{C}[x]_{\leq 2}, f(x) \mapsto (2x + 3)f'(x) - f(x)$$

を考える. (例えば,  $F(x^2 + 3x + 1) = (2x + 3)(2x + 3) - (x^2 + 3x + 1) = 3x^2 + 9x + 8$ .) このとき,  $F$  に関する以下の問に答えよ. 解答においては, 計算過程も残すこと. :

- (1) 定義域の基底を  $B_1 = \{1, x, x^2\}$ , 終域の基底を  $B_2 = \{1, x + 1, x^2 + x\}$  としたとき, 基底  $B_1, B_2$  に関する  $F$  の表現行列を求めよ.
- (2) 定義域, 終域の基底を共に  $B = \{1, 2x + 3, 4x^2 + 12x + 9\}$  としたとき, 基底  $B$  に関する  $F$  の表現行列を求めよ.

(以下質問・感想欄. 質問・要望・感想等あればお願いします. ここは白紙でも減点されません.)

(以上です.)