

線形代数 II 第 14 回本レポート課題

(提出期限：1 月 22 日 (土) 18:00*)

担当：大矢 浩徳 (OYA Hironori)

学籍番号:

氏名:

問題 1 (8 点).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 & 6 & 8 \\ 2 & -4 & 1 & 7 & 6 \\ -1 & 2 & -1 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

とし、線形写像

$$f_A: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5, \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}, \quad f_B: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^3, \mathbf{x} \mapsto B\mathbf{x}$$

を考える。このとき、以下の問に答えよ。解答は全て答えのみでよいが、考察の過程が正しく書いてある場合、答えが間違っている場合でも部分点を与えることがある。

- (1) f_B の核 $\text{Ker } f_B$ の基底を 1 つ求めよ。
- (2) f_A の像 $\text{Im } f_A$ の基底を 1 つ求めよ。
- (3) f_A の像と f_B の核の共通部分 $\text{Im } f_A \cap \text{Ker } f_B$ の基底を 1 つ求めよ。

(次のページに問題 2 があります。)

* 提出場所：Google classroom の『授業』内にある『本レポート課題』の『線形代数 II 第 14 回本レポート課題』に PDF 形式でアップロード

問題 2 (2点 (+3点)). a, b, c を相異なる複素数とする. \mathbb{C} 上のベクトル空間の間の線形写像

$$F: \mathbb{C}[x]_{\leq 2} \rightarrow \mathbb{C}^3, f(x) \mapsto \begin{pmatrix} f(a) \\ f(b) \\ f(c) \end{pmatrix}$$

について正しいものを選択せよ. なお, 解答は以下の (1), (2), (3) のいずれかを選択するだけで良いが, 理由まで正しく記述した場合, 2点に加えて最大3点の追加点を与える. これにより, 本レポート課題の点数が10点を超えた場合も, 切り捨てせずにそのまま成績に反映する.

- (1) F は線形同型写像である.
- (2) F は線形同型写像でない.
- (3) F は最初にとった相異なる a, b, c の値に応じて, 線形同型写像であることとそうでないことがある.

(以下質問・感想欄. 本講義を通しての感想などがありましたらお願いします. ここは白紙でも減点されません. 半年間お疲れさまでした!)

(以上です.)